

## **К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПРЕДЕЛА ВЫНОСЛИВОСТИ ПЛЕНОЧНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ.**

Мартышенко В.А.

(Военная академия радиационной, химической и бактериологической защиты  
и инженерных войск)

В работе рассматриваются вопросы определения предела выносливости пленочных полимерных материалов.

Ключевые слова: предел выносливости, полимерный материал, пленочный.

Экспериментально установлено, что материалы хуже противостоят переменным нагрузкам и разрушаются при значениях напряжений, меньших, чем при статическом характере нагружения. Это явление назвали термином усталость материалов. Способность материалов противостоят переменным напряжениям называют выносливостью.

Механической характеристикой для оценки свойств материала противостоят переменным напряжениям служит предел выносливости -

наибольшее периодически переменное напряжение, которое способен выдержать стандартный образец из данного материала бесконечное число циклов, не разрушаясь.

Так как на значения предела выносливости оказывают влияние различные факторы, то даже в определении данного термина отмечается, что эта величина определяется для стандартного образца.

Образцы имеют стандартные размеры, поверхность металлических образцов полированная.

В отличие от статических испытаний при переменных напряжениях испытывают не один образец, а серию одинаковых образцов в количестве 8-10 штук.

Испытание проводят на дискретных уровнях напряжений с постепенным понижением их числовых значений до разрушения образцов.

Если на каждом уровне напряжений испытывают один образец, то такие испытания называют детерминированными, и они позволяют определить предел выносливости как скалярную величину.

Если на каждом уровне напряжений испытывают серию одинаковых образцов, то такие испытания называют статистическими, и предел выносливости определяется с указанием меры вероятности.

Экспериментальные результаты представляют в графическом виде в координатных  $\sigma_{\max} - N$ , где  $N$  – число циклов испытаний.

По мере уменьшения напряжений количество циклов испытаний растёт. Кривая линия, отвечающая этим свойством, относится к классу гипербол. Известно, что гиперболы имеют асимптоту - линию, к которой стремится кривая, не пересекаясь с ней. Ордината асимптоты является напряжением, соответствующим пределу выносливости данного материала.

При статистическом испытании вместо одной экспериментальной линии будет получено семейство линий, каждая из которых будет характеризоваться еще и мерой достоверности.

Полученный предел выносливости материала стандартного образца является характеристикой только стандартного образца и не соответствует пределу выносливости того же материала деталей конструкции.

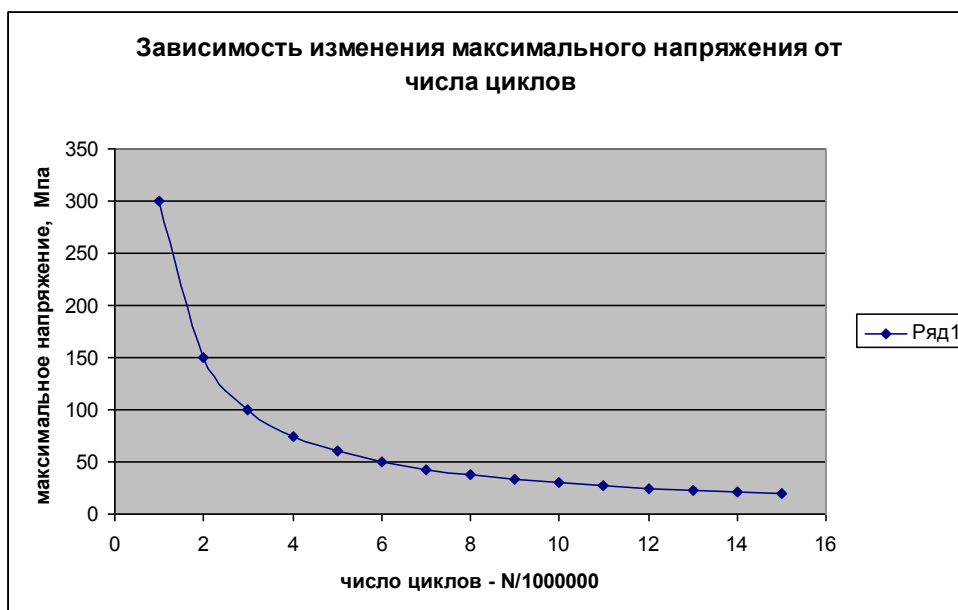


Рис. 1

С изменением размеров реальных деталей по сравнению со стандартным образцом изменяются и предел выносливости. С увеличением размеров детали предел выносливости уменьшается. С ухудшением качества поверхности детали по сравнению с полированной поверхностью стандартного образца предел выносливости так же уменьшается.

На предел выносливости большое влияние так же оказывает температура среды, коррозия, радиоактивность.

При определении предела выносливости пленочных полимерных материалов возникают определенные особенности, связанные как с механическими свойствами этих материалов, для которых характерен вязко-упругий характер их деформаций, так и геометрические параметры материала, влияющие на его жесткость. Пленочные материалы, как правило, обладают малой изгибной жесткостью, что затрудняет моделирование изгибных деформаций при испытании. Переменный характер только растягивающих напряжений легче моделировать, но и ценность результатов таких испытаний ниже, так как в реальных условиях эксплуатации эти материалы испытывают одновременно растягивающие и изгибные деформации.

Видимо этим можно объяснить конструкцию испытательной установки

ДП-5/3, представленную на рис.2, которая реализует процесс одновременной деформации пленочного материала в условиях растяжения и изгиба. Деформация растяжения возникает от подвешивания к испытываемым образцам поддонов с грузами, а деформация изгиба – от углового периодического перемещения верхних шарнирно закрепленных сечений образцов.

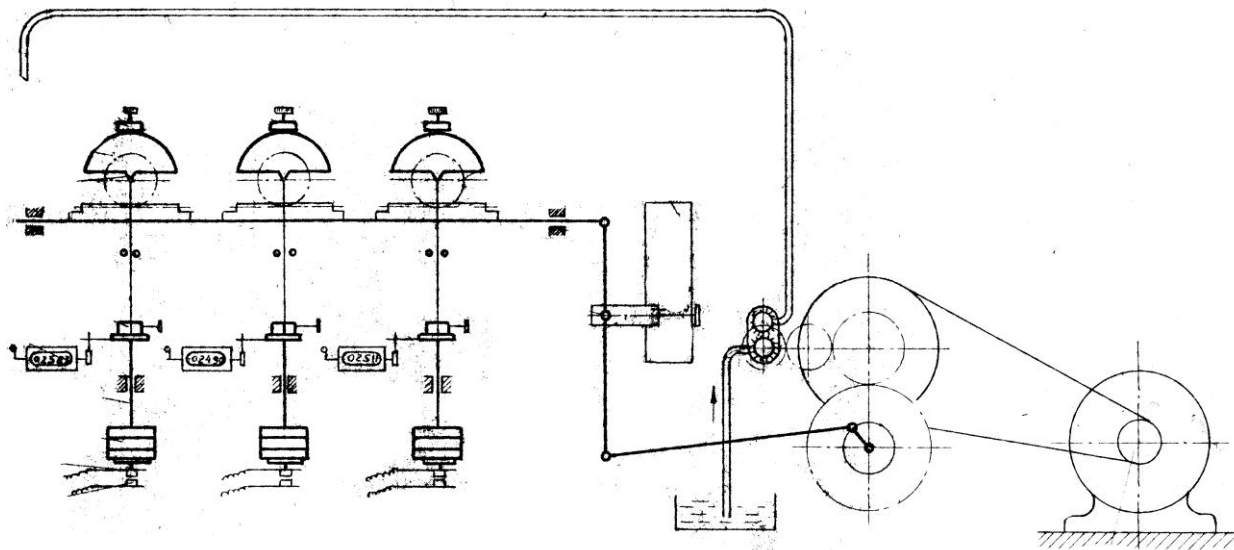


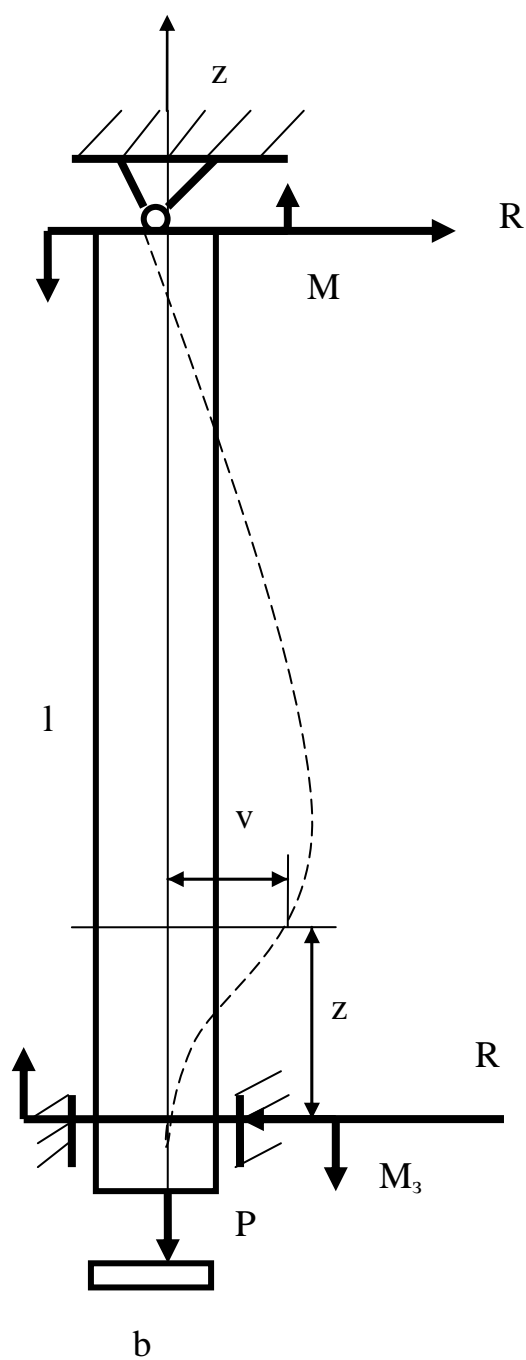
Рис. 2

Схематично образец можно представить как прямоугольную пластинку толщиной  $h$ , верхняя кромка которой шарнирно закреплена, а нижняя кромка находится в скользящей заделке, так как не может перемещаться горизонтально и поворачиваться относительно оси  $X$ .

Пластинка нагружена продольной в плоскости ее срединной поверхности нагрузкой, равномерно распределенной по нижней торцевой поверхности. Кроме того, пластинка нагружена изгибающим моментом  $M$  относительно оси  $X$ , равномерно распределенным по ее ширине по верхней торцевой поверхности

Пластинка находится в условиях сложного сопротивления испытывая деформацию растяжения в направлении оси  $z$  и деформацию цилиндрического изгиба относительно оси  $X$ , так как условия закрепления и нагружения не зависят от координаты  $X$ . В случае малой толщины пластинки расчет такой пластинки выполняется по деформированной схеме с учетом влияния продольных сил на деформацию изгиба пластинки.

Покажем возникающие реактивные силы – реакции  $R$  и реактивный момент в скользящей заделке  $M_3$  (Рис. 3). Сумма моментов всех сил относительно оси  $X$ , проходящей через верхнее или нижнее сечение пластинки дает уравнение.



$$Rl + M_3 - M = 0$$

(1)

Изгибающий момент в произвольном сечении, отстоящем на расстоянии  $z$  от скользящей заделки, имеет выражение

$$M_x = R \cdot Z + M_3 + P \cdot v \quad (2)$$

Выражая  $R$  из (1) и подставляя его в (2), получаем:

$$M_x = \frac{M}{l} z + M_3 \left(1 - \frac{z}{l}\right) + P \cdot V \quad (3)$$

Дифференциальное уравнение цилиндрического изгиба пластинки имеет вид

$$D \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} = M_x \quad (4)$$

$$D \frac{d^2 v}{dz^2} = P V + \frac{M}{L} Z + M_3 \left(1 - \frac{Z}{L}\right), \text{ где } D = E \frac{bh^3}{12(1 - m^2)}$$

цилиндрическая жёсткость пластин.

Окончательно дифференциальное уравнение изгиба цилиндрической пластинки можно представить в виде:

$$\frac{d^2 V}{dz^2} - k^2 V = \frac{Mz}{DL} + \frac{M_3}{D} \left(1 - \frac{z}{L}\right) \quad (5)$$

Получено линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, так как  $k^2 = \frac{P}{D} = \text{const.}$

Решение уравнения (5) имеет вид:

$$V = C_1 \operatorname{sh} kz + C_2 \operatorname{ch} kz - \frac{Mz}{DL} - \frac{m_3}{D} \left(1 - \frac{z}{l}\right) \quad (6)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования.

$\operatorname{sh} x$  и  $\operatorname{ch} x$  – гиперболические синус и косинус, определяемые через экспоненциальные функции  $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  ;  $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  находятся из условий закрепления пластинки.

1. при  $z=0$  ,  $v=0$
2. при  $z=0$ ,  $\frac{dv}{dz} = 0$ ,
3. при  $z=0$ ,  $v=0$ .

(7)

Подчиняя выражения (6) первому и второму уравнениям (7), получаем два алгебраических уравнения, решая которые, находим  $C_1$  и  $C_2$ .

$$C_1 = \frac{M_3}{K^2 D}, \quad C_2 = -\frac{M_3}{K^3 l D} \quad (8)$$

Подчиняя выражения (6) третьему условию (7), получаем уравнение для определения уравнения  $m_3$

$$M_3 = \frac{kl}{klchkl - shkl} M \quad (9)$$

Подставляя (8) и (9) в (6), окончательно получаем функции прогиба

$$V = M \left[ \frac{klchklz - shklz + kl(1 - \frac{z}{l})}{k^2 D(kl \cdot shkl - shkl)} - \frac{1}{k^2 D} \frac{z}{l} \right] \quad (10)$$

Дифференцируя выражение (10), получаем выражение для углов поворота сечений пластинки при цилиндрическом изгибе.

$$\frac{dV}{dz} = M \left[ \frac{klshz - chklz - 1}{kD(kl \cdot chkl - shkl)} - \frac{1}{k^2 l D} \right] \quad (11)$$

Обозначаем угол поворота шарнирно-закрепленного сечения пластинки через  $\alpha = \left( \frac{dv}{dz} \right)_{z=1}$ .

Тогда для угла  $\alpha$  получаем выражение

$$\alpha = M \left[ \frac{klshkl - chkl - 1}{kD(klchkl - shkl)} - \frac{1}{k^2 l D} \right] \quad (12)$$

Из уравнения (12) следует, что угол поворота  $\alpha$  зависит не только от момента  $M$ , но и от параметров, характеризующих материал пластинки ( $E$ ,  $\mu$ ), геометрических размеров пластинки ( $b, h, l$ ), а также от величины силы  $P$ , растягивающей пластинку.

Если в процессе расчета пластинки задавать исходные параметры в виде  $P$  и  $M$ , то их можно считать независимыми друг от друга.

Но если исходными параметрами считать  $P$  и  $\alpha$ , то они не являются не-

зависимыми друг от друга.

Дифференцируя уравнение (11) и умножая на цилиндрическую жёсткость  $D$ , получаем согласно (4) выражение для изгибающего момента.

$$M_x = M \left( \frac{klchzkz - shkz}{klchkl - shkl} \right) \quad (13)$$

При  $z = 0$ .  $M_x = M_3$ , что подтверждается и уравнением (9), при  $z = l$   $M_x = M$ .

Исследуем функцию  $M_x$  на экстремум. Для этого производную от  $M_x$  приравняем к нулю.

$$\frac{dM_x}{dz} = M \frac{k(klshkz_0 - chzkz_0)}{kl(chkl - shkl)} = 0$$

или

$$cthzkz_0 = kl$$

Для  $z_0$  имеем выражение

$$z_0 = -\frac{1}{2k} \ln\left(\frac{kl-1}{kl+1}\right). \quad (14)$$

Таким образом, абсцисса экстремального значения изгибающего момента зависит от цилиндрической жёсткости пластинки, её длины и величины растягивающей силы  $P$ .

Более подробное исследование показывает, что экстремальная точка является минимумом функции и значение минимального момента имеет тот же знак, что  $M_3$  и  $M$ , причем  $M > M_3$ .

Окончательно устанавливаем, что наиболее нагруженным сечением пластинки является верхнее шарнирно-закрепленное сечение.

Определяем наибольшее напряжение в этом сечении. При одновременном изгибе и растяжении пластинки нормальные напряжение определяются зависимостью

$$\sigma = \frac{P}{A} - \frac{M}{D} \cdot y, \quad (15)$$

где  $A = bh$  - площадь сечения пластинки.

Напряжение меняется по сечению в зависимости от изменения координаты точки  $y$  и зависимость имеет линейный характер. Наибольшие и



наименьшие напряжения определяются выражениями

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} - \frac{M}{D} \cdot y_{\min} ; \quad \sigma_{\min} = \frac{P}{A} - \frac{M}{D} \cdot y_{\max}$$

Так как  $|y_{\min}| = y_{\max} = h/2$ , то для минимаксных напряжений имеем

$$\left| \sigma_{\frac{\max}{\min}} \right| = \frac{P}{A} \pm \frac{Mh}{2D}. \quad (16)$$

Если в процессе расчета задается угол поворота  $\alpha$ , то необходимо из (12) выразить изгибающий момент  $M$  и подставить его в (16)

$$\left| \sigma_{\frac{\max}{\min}} \right| = \frac{P}{bh} \left[ 1 \pm \frac{6\ell \cdot \alpha}{h(1 - \mu^2)} \frac{k\ell chk\ell - shk\ell}{shk\ell(1 + k^2\ell^2) - kl(1 + shk\ell)} \right]$$

Максимальные напряжения возникают в точках В, расположенных на расстоянии  $y_{\min} = -\frac{h}{2}$ , а минимальные напряжения в точках С, расположенных на расстоянии  $y_{\max} = \frac{h}{2}$ .

Наибольшим по модулю является максимальное напряжение. Если в течение времени угол  $\alpha$  изменяется в диапазоне  $-\alpha_{\max} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ , то при смене знака угла поворота сечения, максимальные и минимальные напряжения меняются точками и соответственно значениями.

Таким образом, в точках В и С, напряжение во времени изменяется и эти изменения характеризуются коэффициентом асимметрии  $R$ , который определяется отношением минимального и максимального напряжений

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}.$$

Если в процессе исследования изменять только растягивающую силу  $P$  или только угол поворота  $\alpha$ , или, наконец, изменять одновременно и силу  $P$  и угол  $\alpha$ , то в общем случае коэффициент асимметрии  $R$  будет переменным.

Циклы изменения напряжений с одинаковым значением коэффициента асимметрии называют подобными.

С использованием данной схемы нагружения подобные циклы реализовать затруднительно, так как потребуют специальных расчетов для опреде-

ления соотношений между  $P$  и  $\alpha$  на каждом уровне нагружения, причем зависимость между этими параметрами нелинейная

Разработано программное обеспечение, позволяющее по исходным данным испытания, учитывающим и характер нагружения и параметры образца, определять возникающие максимальные и минимальные напряжения, коэффициент асимметрии цикла на каждом уровне испытания.

Таким образом, экспериментальные данные с автоматизированным расчетом позволяют получить не только значения пределов выносливости пленочных полимерных материалов, но и строить диаграммы предельных напряжений для этих материалов.

#### Литература:

1. Тимошенко С.П., Войновски-Кригер «Пластинки и оболочки»